Tageslänge und Analemma

Dr. Michael Komma

http://mikomma.de

Zeitgleichung in Stunden, Fit durch zwei Sinusfunktionen. Ursache: (scheinbare) Bewegung der Sonne auf der Ekliptik, Exzentrizizät der Erdbahn (Ellipse)):

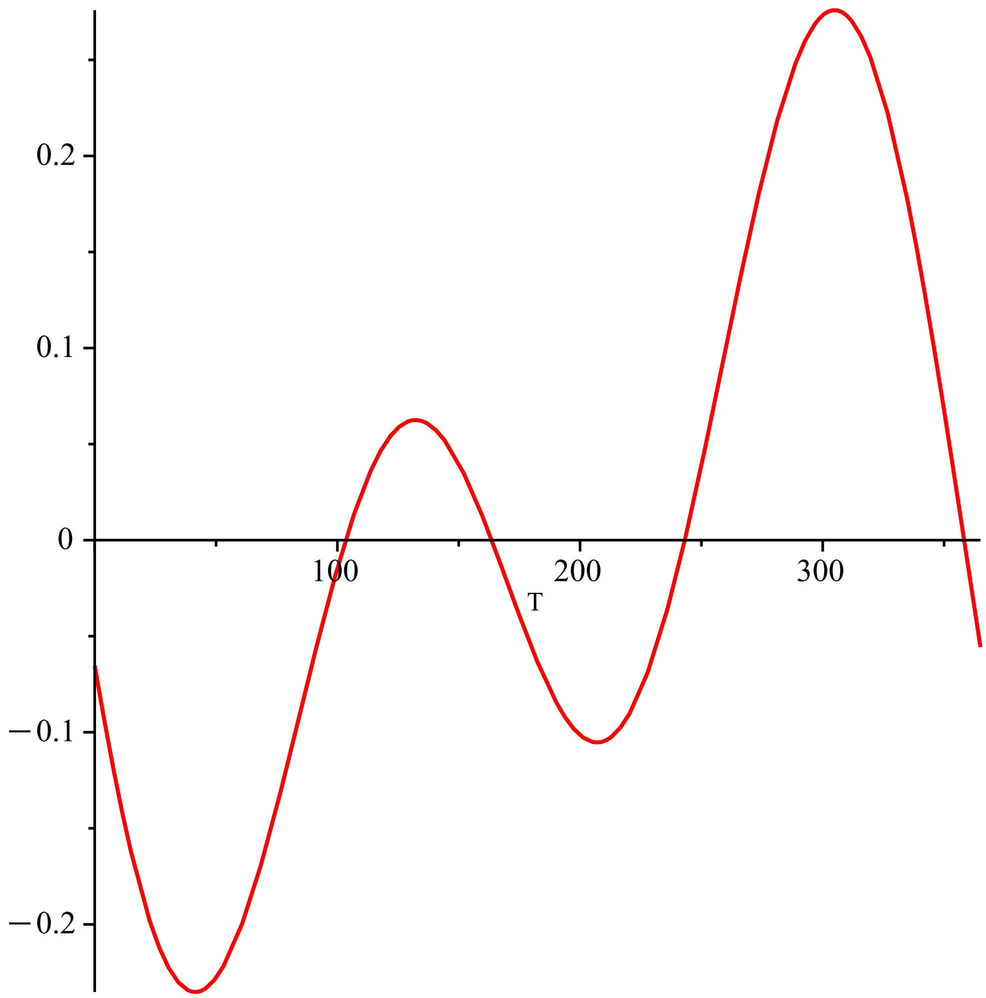
$restart$

$with(plots):$

$ZGL := -0.1752 * \sin(0.033430 * T + 0.5474) - 0.1340 * \sin(0.018234 * T - 0.1939)$

$$-0.1752 \sin(0.033430\, T + 0.5474) - 0.1340 \sin(0.018234\, T - 0.1939) \qquad \textbf{(1)}$$

$plot(ZGL, T = 0..365)$



Projektion: Durch Projektion des Laufs auf der Ekliptik auf den Äquator läuft die Sonne bei den Schnittpunkten von Ekliptik und Äquator langsamer. **Ellipse**: Im Winter Perihel - Sonne schnell. Deshalb geht die mittlere Zeit im ersten Halbjahr nach.

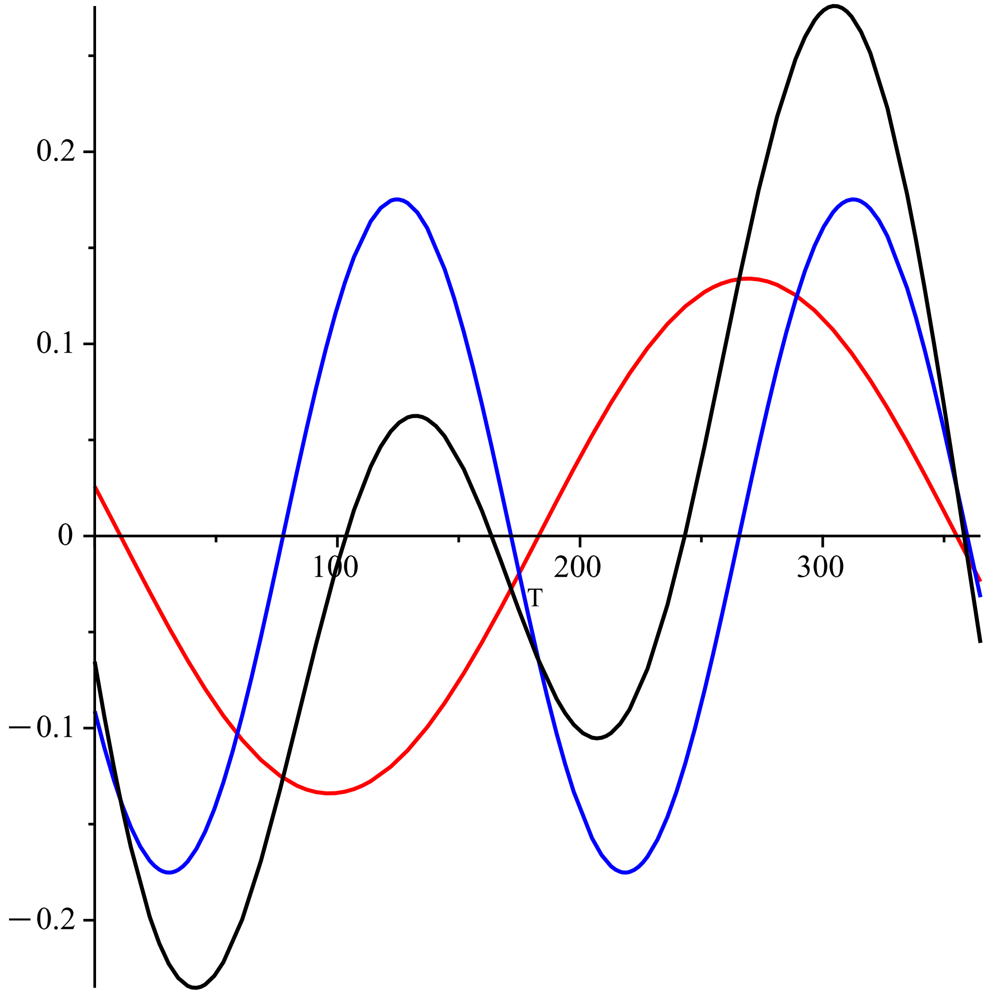
$Projektion := -0.1752 * \sin(0.033430 * T + 0.5474)$

$$-0.1752 \sin(0.033430\, T + 0.5474) \qquad \textbf{(2)}$$

$Ellipse := -0.1340 * \sin(0.018234 * T - 0.1939)$

$$-0.1340 \sin(0.018234\, T - 0.1939) \tag{3}$$

$plot([Ellipse, Projektion, Ellipse + Projektion], T = 0 ..365, color = [red, blue, black])$

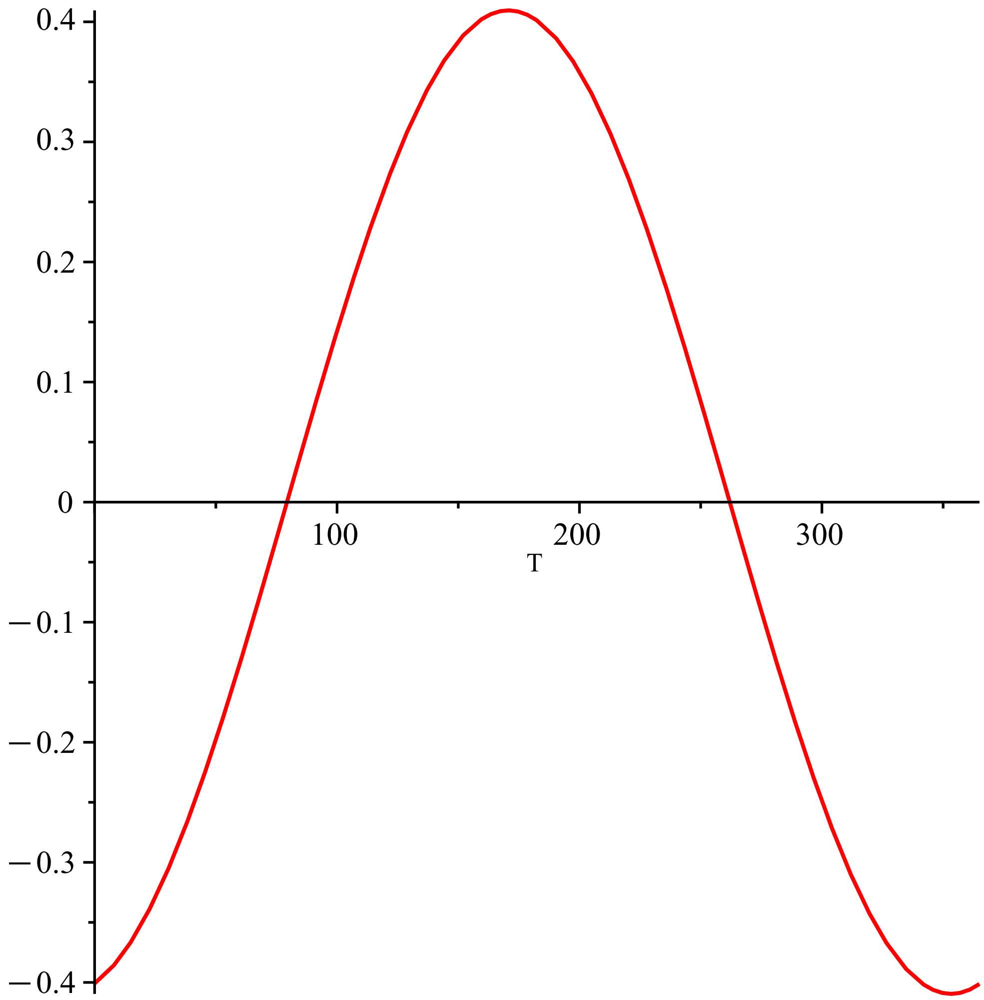


Deklination im Bogenmaß

$Dekl := 0.40954 * \sin(0.0172 * (T - 79.35))$

$$0.40954 \sin(0.0172\, T - 1.364820) \tag{4}$$

$plot(Dekl, T = 0 ..365)$



Die Zeit, die vergeht, bis die Sonne vom wahren Mittag aus eine bestimmte Horizonthöhe h erreicht, kann durch folgende Formel dargestellt werden.
Zeitdifferenz mit h: Horizonthöhe, B: geographische Breite (Bogenmaß)

Zeitdifferenz := 12 * arccos((sin(*h*) - sin(*B*)* sin(*Deklination*)) / (cos(*B*)* cos(*Deklination*)))/*Pi*;

$$\frac{12 \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(B) \sin(Deklination)}{\cos(B) \cos(Deklination)}\right)}{\pi} \quad (5)$$

AufOz := 12 - *Zeitdifferenz* - *Zeitgleichung*

$$12 - \frac{12 \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(B) \sin(Deklination)}{\cos(B) \cos(Deklination)}\right)}{\pi} - Zeitgleichung \quad (6)$$

UnterOz := 12 + *Zeitdifferenz* - *Zeitgleichung*

$$12 + \frac{12 \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(B) \sin(Deklination)}{\cos(B) \cos(Deklination)}\right)}{\pi} - Zeitgleichung \quad (7)$$

L: geographische Länge

Auf := *AufOz* - *L* / 15 + *Zeitzone*

$$12-\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(\mathit{Deklination})}{\cos(B)\cos(\mathit{Deklination})}\right)}{\pi}-\mathit{Zeitgleichung}-\frac{L}{15}+\mathit{Zeitzone} \quad \textbf{(8)}$$

$$12-\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(\mathit{Deklination})}{\cos(B)\cos(\mathit{Deklination})}\right)}{\pi}-\mathit{Zeitgleichung}-\frac{L}{15}+\mathit{Zeitzone} \quad \textbf{(9)}$$

$$12-\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(\mathit{Deklination})}{\cos(B)\cos(\mathit{Deklination})}\right)}{\pi}-\mathit{Zeitgleichung}-\frac{L}{15}+\mathit{Zeitzone} \quad \textbf{(10)}$$

Unter := *UnterOz* - *L* / 15 + *Zeitzone*

$$12+\frac{12\arccos\left(\frac{\sin(h)-\sin(B)\sin(\mathit{Deklination})}{\cos(B)\cos(\mathit{Deklination})}\right)}{\pi}-\mathit{Zeitgleichung}-\frac{L}{15}+\mathit{Zeitzone} \quad \textbf{(11)}$$

Länge in Grad!

$L := \mathit{evalf}(9.25)$

$$9.25 \quad \textbf{(12)}$$

$B := \mathit{evalf}\left(\frac{48.5}{180}\cdot Pi\right)$

$$0.8464846872 \quad \textbf{(13)}$$

$\mathit{Deklination} := \mathit{Dekl} : \mathit{Zeitgleichung} := \mathit{ZGL} : \mathit{Zeitzone} := 1 :$

Aufgang

Auf

$$12.38333333 - \frac{1}{\pi}\left(12 \arccos\left(\frac{1}{\cos(0.40954\sin(0.0172\,T-1.364820))}(1.509160495\,(\sin(h) - 0.7489557208\sin(0.40954\sin(0.0172\,T-1.364820))))\right)\right) + 0.1752\sin(0.033430\,T + 0.5474) + 0.1340\sin(0.018234\,T-0.1939) \quad \textbf{(14)}$$

Untergang

Unter

$$12.38333333 + \frac{1}{\pi}\left(12 \arccos\left(\frac{1}{\cos(0.40954\sin(0.0172\,T-1.364820))}(1.509160495\,(\sin(h) \quad \textbf{(15)}$$

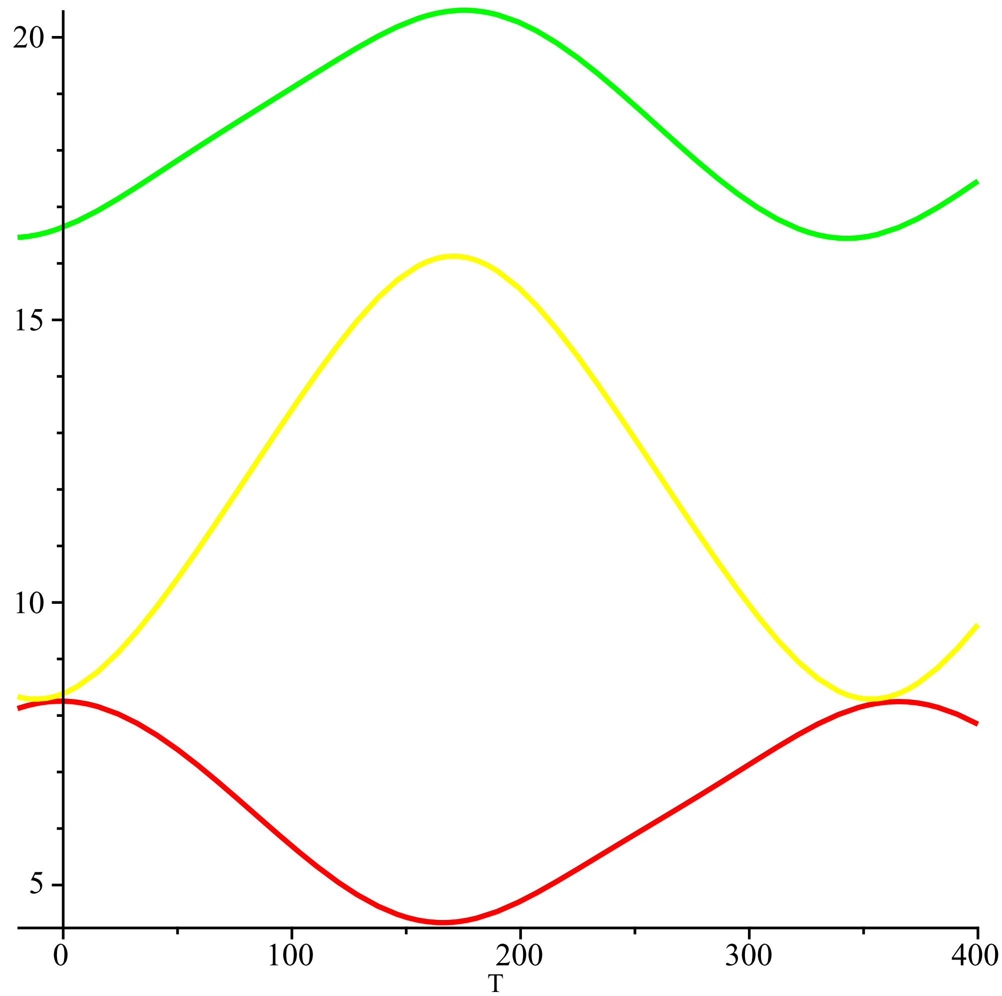
$$- 0.7489557208 \sin(0.40954 \sin(0.0172\, T - 1.364820)))\Big)\Big) + 0.1752 \sin(0.033430\, T + 0.5474) + 0.1340 \sin(0.018234\, T - 0.1939)$$

h = -50 Bogenminuten

$$h := evalf\left(\frac{-50}{60 \cdot 180} \cdot Pi\right)$$

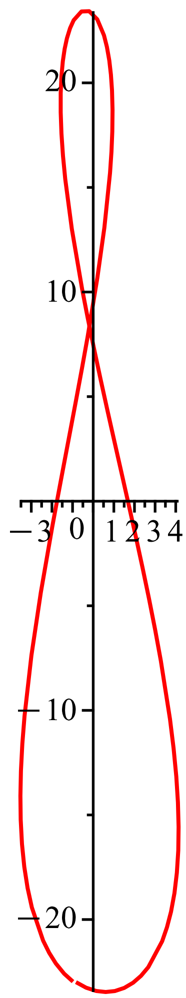
$$-0.01454441044 \qquad \textbf{(16)}$$

$plot([Auf, Unter, Unter - Auf], T = -20..400, thickness = 2)$



Analemma

$$plot\left(\left[ZGL \cdot 15, \frac{Dekl}{Pi} \cdot 180, T = 0..365\right], scaling = constrained\right)$$


20
10
−3
0
1
2
3
4
−10
−20